

TENTAMEN INLEIDING LOGICA

1 februari 2013

-
- ☞ Het A-deel bestaat uit 5 opgaven en het B-deel uit 4 opgaven.
 - ☞ Studenten wijsbegeerte hoeven alleen het A-deel van het tentamen te maken, overige studenten moeten zowel het A-deel als het B-deel maken. Iedere student wijsbegeerte die ook het B-deel wil maken en een cijfer wil op basis van zowel het A-deel als het B-deel moet dit duidelijk bovenaan het tentamen aangeven.
 - ☞ Zet uw volledige naam, studentnummer en studierichting bovenaan. Zet uw naam en nummer ook op eventuele vervolgbladen.
 - ☞ Gebruik een zwarte of een blauwe pen (dus geen potlood, rode pen of marker).
 - ☞ Vergeet niet de anonieme evaluatie in te vullen en in te leveren.
 - ☞ Lever alleen uw uitwerking in. De tentamenopgaven en kladpapier mag u meenemen.
 - ☞ Als u uw tentamen inlevert, wacht dan even tot gecontroleerd is of alle gegevens juist zijn ingevuld. De surveillanten geven aan wanneer u kunt vertrekken.

VEEL SUCCES!

A-Deel

- A1: vertalen propositielogica (39 punten)** Vertaal onderstaande zinnen in de taal van de propositielogica. Atomaire zinnen moeten worden weergegeven met hoofdletters. Vergeet uw vertaalsleutel niet.
- a. Tenzij het broedseizoen is, mag de hond mee het bos in, mits hij aangeliend wordt.
 - b. Toerfetsverenigingen mogen alleen afwijken van het verbod op fietsen op wandelpaden als goedkeuring is verkregen van Staatsbosbeheer, het Landschap Overijssel, Natuurmonumenten en de terreinbeheerder.
 - c. Het is verboden om dieren, behorende tot een beschermde inheemse diersoort te doden of te verwonden, en het is niet toegestaan om hun eieren te beschadigen.
- A2: vertalen predikatenlogica (39 punten)** Vertaal onderstaande zinnen in de taal van de predikatenlogica. Vergeet uw vertaalsleutel niet. Het discussiedomein (*domain of discourse*) bestaat uit alle mensen.
- a. Wie op de Partij voor Mens en Spirit stemt, is geen zwevende kiezer.
 - b. Iedereen die op de Piratenpartij stemt kent iemand die niemand kent.
 - c. Iedereen kent iemand die op de PVV stemt, maar niemand kent iedereen die op de PVV stemt.

A3: formele bewijzen (85 punten) Geef formele bewijzen voor de volgende gevolgtrekkingen. Vergeet de rechtvaardigingen niet.

a.
$$\frac{A \vee \neg B}{\neg(B \wedge \neg A)}$$

b.
$$\frac{A \leftrightarrow B}{A \vee \neg B}$$

c.
$$\frac{\neg(A \vee B) \vee C}{\neg C \rightarrow (B \rightarrow C)}$$

d.
$$\frac{\forall x(x = a \rightarrow (\neg P(x) \vee R(x, b)))}{\exists x(P(x) \rightarrow R(x, b))}$$

e.
$$\frac{\forall x \forall y(P(y) \rightarrow R(x, y))}{\forall x P(x) \rightarrow \forall x \forall y R(x, y)}$$

A4: waarheidstabels (51 punten) Beantwoord met behulp van waarheidstabels de volgende vragen. Schrijf telkens de hele waarheidstafel op en motiveer telkens uw antwoord.

a. Bekijk met een waarheidstafel of het volgende redeneerschema tautologisch geldig is.

$$\frac{(B \wedge A) \vee (A \vee (C \wedge (\neg((C \leftrightarrow B) \wedge B))))}{(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge (B \vee \neg A))}$$

b. Bekijk met een waarheidstafel of de volgende formules tautologisch equivalent zijn.

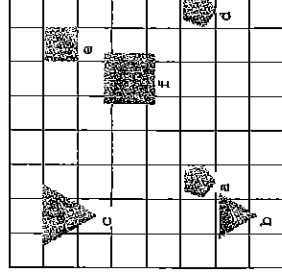
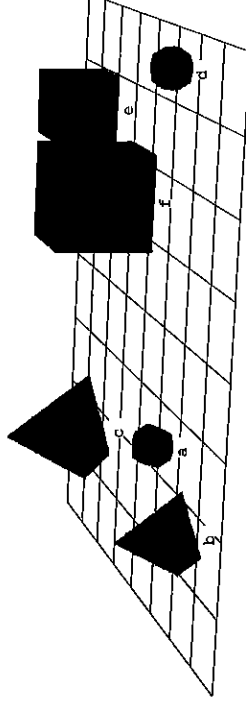
(i) $(\neg \neg A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow \neg(C \wedge \neg A)$

(ii) $\neg(C \rightarrow A) \rightarrow ((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$

c. Bekijk met een waarheidstafel of de volgende formule een tautologie is.

$$((B \wedge \neg C) \wedge \neg B) \vee \neg(C \rightarrow (B \leftrightarrow A))$$

A5: Tarski's World (86 punten)



In de bovenstaande wereld zijn a en d klein, en c en f groot. De andere objecten zijn middelgroot.

a. In de bovenstaande wereld is het zo dat alleen dodecaëders klein zijn. Hoe kan dit met een formule worden uitgedrukt in de taal van Tarski's World?

b. Geef van onderstaande formules aan of ze waar zijn in bovenstaande wereld van Tarski's World.

- (i) $\text{Between}(a, b, e)$
- (ii) $\text{RightOf}(a, b) \rightarrow \text{BackOf}(f, e)$
- (iii) $\text{SameShape}(d, e) \wedge \neg \text{Medium}(c) \vee \text{SameRow}(f, a)$
- (iv) $\text{Tet}(d) \leftrightarrow (\text{FrontOf}(d, b) \wedge \text{SameCol}(f, c))$
- (v) $\forall x(\text{FrontOf}(x, e) \rightarrow \neg \text{Cube}(x))$
- (vi) $\exists x(x \neq d \wedge \text{Larger}(x, e) \wedge \text{Dodec}(x))$
- (vii) $\forall x((\text{FrontOf}(x, f) \vee \text{BackOf}(x, f)) \leftrightarrow (\text{RightOf}(x, f) \vee \text{LeftOf}(x, f)))$
- (viii) $\exists x \forall y(\text{Smaller}(x, y) \vee x = y)$
- (ix) $\forall x \exists y(\neg \text{Large}(x) \rightarrow \text{Larger}(y, x))$
- (x) $\forall x \forall y(\text{SameShape}(x, y) \rightarrow \neg \text{Medium}(x))$

c. Leg uit hoe u uitgaande van de gegeven wereld van Tarski's World de volgende zin waar kunt maken, waarbij u precies een object van grootte mag veranderen.

$$\exists x \forall y(\text{Medium}(y) \leftrightarrow x = y)$$

B-Deel

B1: Normalvormen propositielogica (20 punten)

a. Geef een negatie-normalvorm (NNF) van de volgende formule. Laat hierbij de tussenstappen zien.

$$\neg((\neg A \vee \neg B) \wedge \neg((B \wedge \neg C) \vee \neg \neg D))$$

b. Geef een conjunctieve-normalvorm (CNF) van de volgende formule. Laat hierbij de tussenstappen zien.

$$(\neg A \vee (B \wedge C)) \vee \neg D$$

B2: Normalvormen predikatenlogica (45 punten)

a. Geef de Prenex normaalvorm van de volgende formule. Laat hierbij de tussenstappen zien.

$$(\forall x P(x) \wedge \neg \exists y Q(y)) \rightarrow \neg \forall x R(x)$$

b. Geef een Skolem-normalvorm voor de volgende formule. Laat hierbij de tussenstappen zien.

$$\forall x \exists y R(x, y) \rightarrow \exists x \forall y Q(x, y)$$

c. Van de volgende twee zinnen staat er een in Hornvorm en de ander niet. Geef aan welke een Horn-zin is en licht toe waarom de andere zin geen Horn-zin is. Onderzoek de Horn-zin op vervulbaarheid met behulp van het Horn-algoritme. Als u de conditionele vorm refereert, kunt u ook het vervulbaarheidsalgoritme voor conditionele Horn-zinnen gebruiken.

$$(i) A \wedge (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee D) \wedge (\neg A \vee E) \wedge (\neg D \vee \neg E)$$

$$(ii) A \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg C \vee D) \wedge (A \vee E) \wedge (\neg D \vee \neg E)$$

B3: Vertalen functiesymbolen (40 punten) Geef een vertaling van de volgende zinnen. Gebruik hierbij de gegeven vertaalsleutel. Het domein is de verzameling van alle mensen, en sterrenbeelden.

sterrenbeeld(x): het sterrenbeeld van x
 ascendant(x): de ascendant van x

Tweelingen(x, y): x en y zijn tweelingen
 VindtMoedig(x, y): x vindt y erg moedig

jan: Jan

mieke: Mieke

∅ tweelingen: het sterrenbeeld tweelingen.

leeuw: het sterrenbeeld leeuw

- Iemand met hetzelfde sterrenbeeld als Mieke, heeft een andere ascendant dan Jan.
- Hoewel Jan en Mieke een tweeling zijn, hebben ze andere sterrenbeelden, en hebben ze beide niet tweelingen als sterrenbeeld.
- Iedereen wiens sterrenbeeld en ascendant Leeuw is, vindt zichzelf erg moedig.
- Niemand met dezelfde ascendant als Jan, heeft een tweeling met hetzelfde sterrenbeeld als Mieke.

B4: Semantiek (45 punten) Stel je een model \mathcal{M} voor dat bestaat uit het domein $\mathcal{M}(V) = \{1, 2, 3, 4\}$. Er zijn vier constanten: a, b, c, d . Er zijn drie predikaatsymbolen: een tweelaatsig predikaatsymbool R en een eenlaatsig predikaatsymbool P .

- $\mathcal{M}(a) = 2$,
- $\mathcal{M}(b) = 3$,
- $\mathcal{M}(c) = 4$,
- $\mathcal{M}(d) = 4$,
- $\mathcal{M}(R) = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$,
- $\mathcal{M}(P) = \{3, 4\}$.

Laat h een bedeling zijn zodat $h(x) = 1$, $h(y) = 2$, en $h(z) = 3$.

Laat van de volgende drie beweringen zien of ze al dan niet waar zijn. Volg daarbij stap voor stap de waarheidsdefinitie.

- $\mathcal{M} \models P(x) \wedge R(x, z)[h[x/4]]$
- $\mathcal{M} \models \forall x \exists y \neg R(x, y)[h]$
- $\mathcal{M} \models \exists y \forall x (P(y) \rightarrow (R(y, x) \vee R(x, z)))[h]$